4.8　数 学 公 式 集

.　式の基本

計算の約束　AB ＝ 0 なら A か B が 0、または A と B が 0 。A/B で B が 0 なら 商は無意味。
A/B ＝ 0 で B ≠ 0　なら A ＝ 0　。　A/B ＝ 0 で A ≠ 0 なら 不能。

$$\frac{B}{A}=\frac{mB}{mA},\quad \frac{B}{A}+\frac{D}{C}=\frac{BC+AD}{AC},\quad \frac{B}{A}\times\frac{D}{C}=\frac{BD}{AC},\quad \frac{B}{A}\div\frac{D}{C}=\frac{B}{A}\times\frac{C}{D}=\frac{BC}{AD}$$

等式の性質　A ＝ B　なら　A ± C ＝ B ± C、　AC＝BC 、　A/C ＝ B/C　（C ≠ 0）

計算の 3 法則
交換法則　$a+b=b+a$ ，　$ab=ba$
結合法則　$a+(b+c)=(a+b)+c$ ，　$a(bc)=(ab)c$
分配法則　$a(b+c)=ab+ac$

比及び比例　二つの数あるいは式 a , b で、a が b の何倍ななっているかを表す関係を、a の b に対する比といい、a： b で表す。このとき a を比の前項、b を比の後項という。

$$a:b=\frac{a}{b},\quad a:b=ac:bc,\quad a:b=\frac{a}{c}:\frac{a}{c}\ (c\neq 0),\quad a:b=c:d \text{ なら } ad=bc$$

連　比　$a:b:c\ \ldots\ldots = x:y:z\ \ldots\ldots$ は $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}\ \ldots\ldots$ を表す。

比例配分　A を二つの部分 x , y　に分けて各部分の比を m : n　にするとき　$x=\frac{mA}{m+n}$ ，$y=\frac{nA}{m+n}$

無理数の計算　$a>0$ ，$b>0$　のとき　$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ ，　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ ，　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$

$a\geqq 0$　のとき　$\sqrt{a^2}=a$ ，　$a<0$ のとき　$\sqrt{a^2}=-a$

$a>0$ ，　$b>0$　で　$a\geqq b$　のとき　$\sqrt{(a+b)\pm 2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$

$\sqrt{a^2}=|a|$　$\begin{cases} a\geqq 0 \text{のとき} a \\ a\leqq 0 \text{のとき} -a \end{cases}$ ，

整式の展開 公式
$m(a+b)=ma+mb$　　$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$　　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　　$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$
$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$　　$(a+b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$
$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

剰余の定理　χ　の整式 f (χ)を 1 次式　χ － 1 で割ったときの余りはその式の　χ　に a　を代入した値　f（a）に等しい。

因数定理　χ の整式　f (χ)が 1 次式　χ － a　で割り切れるための必要十分な条件は　f (a) ＝ 0

2. 指数法則

ｍ、ｎが整数で、$a \neq 0$、ｂ $\neq 0$のとき

$a^m a^n = a^{m+n}$　　$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$　　$(ab)^n = a^n b^n$　　$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$a \neq 0$のとき　$a^0 = 1$、$a^{-k} = \dfrac{1}{a^k}$　（kは正の整数）

$a>0$、$b>0$で m, nが正の整数のとき

$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$　　$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$　　$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$　　$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$　　$\sqrt[n]{a}\sqrt[m]{b} = \sqrt{a^n b^m}$

3. 対数法則

$\log_a M^n = n\log_a M$，　$\log_a 10 = 1$，　$\log_a a = 1$，　$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$，　$\dfrac{1}{M} = -\log_a M$

$\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$，　$\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$，　$\log_a \sqrt[n]{M} = \dfrac{1}{n}\log_a M$　　$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x} = e$

4. 方程式

（１）一次方程式　ax+b＝0　の解　　$x = -\dfrac{b}{a}$　（$a \neq 0$）、　$a = 0,\ b \neq 0$のとき解なし

（２）二次方程式

$ax^2 + bx + c = 0$ の解　　$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$　　$(a \neq 0)$

$i^2 = -1$ となる i を用いた $a+bi$　（a,bは実数）を複素数という。

5. 平面幾何

（1）　長方形　面積＝ ab（２辺 a,b）

（2）　三角形面積 S＝ah/2（a：底辺、h：高さ）

（3）　平行四辺形 面積 S ＝ ah（a：底辺、h：高さ）

（4）　ひし形面積 S ＝ ab/2（a,b 対角線）

（5）　台形面積 S＝(a＋b) h/2　（a:上、b:下）

（6）　円面積 S＝πr^2、円周＝$2\pi r$（r：半径）

（7）　おうぎ形面積　S ＝（πr^2）a/360（a:中心角、r：半径)、

弧の長さ　L ＝ aπr/180 ＝θr（θ：ラジアン）

（8）　弓形　面積 S ＝(1/2) r^2（aπ/180 － sin a)、　弦の長さ L ＝ 2 r sin（a/2）

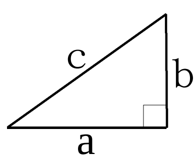
（9）　正多角形　　面積 S ＝ ka^2　（a：1 辺の長さ）

k の近似値　　三角形：0.433、　正方形：１、　五角形：1.7205、　六角形：2.5981

七角形：3.6339、　八角形：4.8284　九角形：6.1818、　十角形：7.6942

（10）　ピタゴラスの定理　　直角三角形で 2 辺の長さを a、b とするとき

$a^2 + b^2 = c^2$



6. 平面図形

円の方程式　中心が(a,b)、半径 r の円の場合、$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

原点０が中心の場合、$x^2 + y^2 = r^2$

楕円の式　$(a>0,\ b>0)$　$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

7. 立体幾何

表面積をS、 r を半径、側面積をA、体積をVとする。

(1) 直円柱　$A=2\pi rh$，　$S=2\pi r(r+h)$，　$V=\pi r^2h$ (底面の半径 : r、高さ:h)

(2) 直円錐　$A=\pi rs$ (s : 側高$=\sqrt{h^2+r^2}$)、$S=\pi r(s+r)$、　$V=\dfrac{\pi r^2h}{3}$ (r:底面の半径)

(3) 直円錐台　$V=\dfrac{\pi h}{3}(r^2+rr'+r'^2)$ (r,r' : 両底面の半径、h : 高さ)

(4) 直方体（直六面体）$V=abc$,　$S=2(bc+ca+ab)$,　対角線の長さ$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$　(a,b,c　は稜の長さ)

(5) 球　$V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$，　$S=4\pi r^2$

(6) 角柱　$V=Gh$　(G:底面積、h :高さ)

(7) 角錐　$V=\dfrac{Gh}{3}$　(G:底面積、h : 高さ)

(8) 正四面体　$V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$　（a : 稜の長さ）、　$S=\sqrt{3}\,a^2$

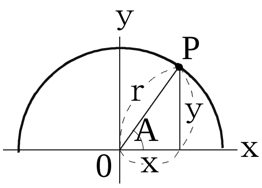
8. 三角関数

π ラジアン＝180°　、1ラジアン＝180/π 、1°　＝ π /180　、三角形の内角の和は180°

$\sin A=\dfrac{y}{r}$，　$\mathrm{cosec}A=\dfrac{r}{y}$　　$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$

$\cos A=\dfrac{x}{r}$，　$\sec A=\dfrac{r}{x}$　　$\sin^2A+\cos^2A=1$

$\tan A=\dfrac{y}{x}$，　$\cot A=\dfrac{y}{x}$　　$1+\tan^2A=\dfrac{1}{\cos^2A}$



正弦定理

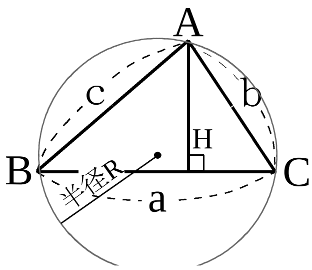
$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

余弦定理

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



三角形の面積

$S=bc\sin A/2=ca\sin B/2=ab\sin C/2$

$S=abc/4R$　（R:外接円半径）　$S=(a+b+c)r/2$ (r:内接円半径）

$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$　($2s=a+b+c$) (ヘロンの公式）

9. 順列、組合せ

◎　相異なるｎ個のものからｒ個取り出してできる順列の総数は ${}_nP_r$

$${}_nP_r=n(n-1)\cdot\cdot\cdot(n-r+1)=\frac{n!}{(n-r)!}$$　$n=r$ のとき ${}_nP_r=n!$，　${}_nP_0=1$

◎　重複順列　ｎ種類のものから重複してｒ個取り出してできる順列の総数は　n^r

◎　同じものを含む順列　$\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots}$　(但しｎ＝$p+q+r\cdots$)

◎　円順列　　異なるｎ個を円形に並べる方法の数は　$(n-1)!$

□　n個からｒ個とった組み合わせ　${}_nC_r=\dfrac{{}_nP_r}{r!}=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots2\cdot1}=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

($n!=1\cdot2\cdot3\cdot\cdot n$，　$0!=1$)

10. 数列

等差数列の一般項　$a_n = a_1 + (n-1)d$　　$S_n = na$　$(r=1)$

a_1：初項、n：項数、d：公差、a_n：末項

等差数列の和　$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$　一般項a_nを代入すると　$S_n = \frac{n}{2}\{2a_1 + (n-1)d\}$

等比数列の一般項　$a_n = a_1 r^{n-1}$　a_1：初項、n：項数、r：公差、a_n：末項

等比数列の和　$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$　$(r \neq 1)$

自然数の和　$\sum_{n=1}^{n} k = 1+2+3 \cdot\cdot\cdot\cdot +n = \frac{1}{2}n(n+1)$

平方数の和　$\sum_{k=1}^{n} k = 1^2+2^2+3^2+ \cdot\cdot\cdot\cdot +n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

立方数の和　$\sum_{k=1}^{n} k = 1^3+2^3+3^3+ \cdot\cdot\cdot\cdot n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$

11. 微分の公式

① $y=x^n\ (n \neq 1)$　$y'=nx^{n-1}$　② $y=\sqrt{x}$,　$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$　③ $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$,　$y'=\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

④ $y=e^x$,　$y'=e^x$　⑤ $y=a^x$　$(a>0, a \neq 1)$　$y'=a^x \log_e a$　⑥ $y=\log_e x$,　$y'=\frac{1}{x}$

⑦ $y=\log_a x$,　$y'=\frac{1}{x}\log_a e$,　⑧ $y=x^x\ (x>0,\ x \neq 1)$,　$y'=x^x(1+\log x)$,　⑨ $y=\sin x$,　$y'=\cos x$

⑩ $y=\cos x$,　$y'=-\sin x$,　⑪ $y=\tan x$,　$y'=\sec^2 x$,　⑫ $y=\cot x$,　$y'=-\mathrm{cosec}^2 x$,

⑬ $y=\sec x$,　$y'=\tan x \sec x$,　⑭ $y=\mathrm{cosec}\, x$,　$y'=-\mathrm{cosec}\, x \cot x$

12. 積分の公式

① $\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c$ (nは自然数、cは積分定数)　② $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$　(kは定数)

③ $\int\{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$　④ $\int\{hf(x)+kg(x)\}=h\int f(x)dx+k\int g(x)dx$

⑤ $\int \sin x dx=-\cos x+c$,　$\int \cos x dx=\sin x+c$,　$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$

⑥ $\int e^x dx = e^x + c$,　$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a}+c$,　$\int x^{-1}dx = \log|x|+c$　　(c は積分定数)